

## ДОПРИНОС МАТЕМАТИЧКОГ САМОПОИМАЊА И СУБЈЕКТИВНЕ ВРЕДНОСТИ МАТЕМАТИКЕ ПОСТИГНУЊИМА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

*Ина Реић Ерцеговац\**, *Морана Колудровић* и *Ирена Мишурац*  
Филозофски факултет, Универзитет у Сплиту, Хрватска

*Апстракт.* Циљ овог истраживања био је да се испита учинак различитих старосних група ученика у математичким постигнућима, тј. у решавању проблемских задатака из математике и у добијању оцена из математике у школи. Поред тога, циљ истраживања је био да се испита допринос математичког самопоимања и субјективне вредности математике у објашњавању индивидуалних разлика у решавању проблемских задатака из математике и школских постигнућа из математике. У истраживању је учествовало 780 учесника. Резултати показују да се са годинама погоршава учинак из математике, као и математичко самопоимање и субјективна вредност математике код ученика. С друге стране, старији ученици су успешнији у решавању проблемских задатака из математике. Међутим, успешност у решавању проблемских задатака из математике била је релативно ниска у целокупном узорку. Иако су ученице имале боље оцене, не постоје значајне родне разлике у решавању проблемских задатака, као ни у математичком самопоимању и субјективној вредности математике. У поређењу са старијим ученицима, млађи ученици су боље оценили своје математичке способности, били су заинтересованији за математику и оценили је као кориснију. Узраст и самопроцена математичких способности су предиктори значајни за решавање проблемских задатака и за најчешћу оцену из математике.

*Кључне речи:* субјективна вредност математике, проблемски задаци из математике, математичко самопоимање, корисност математике.

---

\* E-mail: [inareic@ffst.hr](mailto:inareic@ffst.hr)

## УВОД

У данашњем свету брзог развоја и компјутеризације математичка компетенција има све важнију улогу у животу појединаца и друштва у целини. Стога је важно развити математичку компетенцију ученика током школовања, јер би требало да омогући ученицима да се носе са ситуацијама које захтевају математичко размишљање и успешно решавање проблема. Решавање проблемских задатака, као један од показатеља математичке писмености, јесте процес који се састоји од анализе задатка, тражења најбоље стратегије која води до решења, представљања проблемске ситуације, предвиђања, решавања проблема применом математичких знања и вештина, чак и прављења грешака и поновних покушаја (Cheng, 2013; Mišurac, 2014). Да би пронашли решење, ученици морају да примене претходно знање и током тог процеса развију и прошире своје концептуално математичко разумевање (Mišurac, 2014). У савременом процесу учења и подучавања математике, поред учења математичких концепата, важно је да се константно развијају математички процеси који омогућавају дубље разумевање и употребу математичких правилности у свакодневном животу (Cheng, 2013; Freitag, 2014; Mišurac, 2014).

У хрватском образовном систему математика је један од најважнијих предмета, заступљен с великим бројем часова у основној и средњој школи, одмах иза хрватског језика. У наставним плановима и програмима крајњи циљ учења математике је математичка компетенција која је замишљена као способност развоја и примене математичког размишљања у циљу решавања низа проблема у свакодневним ситуацијама (Nacionalni okvirni kurikulum za predškolsko vaspitanje i obrazovanje te opšte obavezno i srednjoškolsko obrazovanje, 2010). Нажалост, непосредни наставни процес и школски учбеници и даље се заснивају на фронталном учењу математичког садржаја и аутоматизацији математичких операција без систематског његовања математичких процеса и дивергентног мишљења. Сходно томе, постигнућа хрватских ученика на међународним тестовима математичке писмености указују на резултате у решавању логичких и проблемских математичких задатака који су претежно испод просека (Mullis, Martin, Foy & Hooper, 2016; PISA 2015: Results in Focus, 2018). Поред тога, претходне студије доследно указују на значајан пад математичких постигнућа (школских оцена) када ученици пређу у више разреде (Koludrović & Kalebić Jakupčević, 2017; Koludrović & Radnić, 2013; Reić Ercegovic & Koludrović, 2010). Стога се чини да је важно истражити однос између школских постигнућа у математици и успеха у решавању проблемских задатака, те истражити факторе који доприносе постигнућима у решавању проблемских задатака у математици и фактора који доприносе школским оценама из математике. Имајући у виду неподударност између исхода учења у математичким програмима и математичке писмености која је обухваћена PISA тестом, на пример, чини се

разумним очекивати да су за објашњавање индивидуалних разлика у школским постигнућима из математике с једне стране, и успеха у решавању проблемских задатака из математике с друге стране, релевантни различити фактори. Такви подаци могу да помогну да се унапреде наставни планови и програми, а такође могу да помогну и наставницима приликом одабира одговарајућих наставних садржаја и метода. Фактори који се узимају у обзир су математичко самопоимање, заинтересованост за математику и корисност математике за будући живот и образовање, узраст и пол.

Математичко самопоимање, које се показало важним како за постигнућа у математици и даље образовање, тако и за касније конкретне професионалне изборе (Gottfredson, 2002; Watt; 2005), под утицајем је различитих фактора укључујући перцепцију деце о родним улогама и стереотипима, перцепцију веровања, ставова и понашања родитеља и других фактора социјализације, као и дететове афективне реакције која је у случају математике често повезана са страхом (Eccles & Wigfield, 2002; Matic, Marušić & Baranović, 2015). Када је реч о родним улогама и стереотипима, математика се обично сматра мушким доменом. Штавише, различите студије старијег датума су показале да се ученице обично оцењују као мање компетентне у математици и да процењују математику као тежу дисциплину у односу на ученике (Wigfield, Eccles, Iver, Reuman & Midgley, 1991), као и да са годинама математичко самопоимање опада без обзира на пол (Wigfield *et al.*, 1991; Wigfield *et al.*, 1997). Важност математичког самопоимања, тј. процене сопствених математичких способности и процене успеха у математици, директно утиче на субјективну вредност математике, што потом директно утиче на понашање и постигнућа у математици, али и индиректно на очекивања успеха (Eccles & Wigfield, 2002). Заинтересованост за математику и корисност математике за будући живот и образовање јесу компоненте субјективне вредности математике (Eccles & Wigfield, 2002). Заинтересованост се односи на интринзичну мотивацију, тј. на задовољство које ученик осећа када учествује у математичким активностима. Корисност се односи на процену ученика о томе колико је математика корисна за будуће активности, као што је упис у средњу школу или на жељени факултет. Раније студије су показале да заинтересованост и корисност доприносе постигнућима у овом предмету и математичком самопоимању код ученика (Hidi & Renninger, 2006; Tracey, 2002).

Када је реч о родним разликама и субјективној вредности математике, истраживања су показала да је математика мање привлачна девојчицама, тј. да је оне сматрају мање важном (Bøe & Henriksen, 2013; Samuelsson & Samulesson, 2016). Што се тиче старости, истраживачи углавном указују да са годинама опадају сви аспекти субјективне вредности математике. Поред тога, истраживања су показала да са годинама опадају заинтересованост за математику (Jacobs, Lanza, Osgood, Eccles

& Wigfield, 2002; Watt, 2004) и значај математике, те да је ученици мање воле (Eccles, Wigfield, Flanagan, Miller, Reuman, Yee, 1989; Wigfield *et al.*, 1991). Истовремено, ставови према математици са годинама постају све негативнији (Putney & Cass, 1998; Xin, 2003).

Циљеви овог истраживања били су да се испита учинак у решавању проблемских задатака у различитим старосним групама и да се испита допринос математичког самопоимања и субјективне вредности математике у објашњавању индивидуалних разлика у решавању проблемских задатака из математике, као и разлике које се односе на школске оцене из математике. Да би се постигли ови циљеви, осмишљена су следећа истраживачка питања.

- (1) Да ли постоји значајна веза између школских оцена из математике и резултата постигнутих у решавању проблемских задатака из математике?
- (2) Да ли постоје разлике у годинама и полу по питању оцена из математике, резултата постигнутих у решавању проблемских задатака из математике, математичког самопоимања (самопроцене математичких способности) и субјективне вредности математике (заинтересованости за математику и процену корисности математике)?
- (3) Какав је однос између самопоимања математике, субјективне вредности математике, оцена из математике и успеха у решавању проблемских задатака из математике?
- (4) Како старост, пол, математичко самопоимање и субјективна вредност математике појединачно утичу на објашњавање разлика у школским постигнућима и на успех у решавању проблемских задатака из математике?

## МЕТОДОЛОГИЈА

*Узорак.* У истраживању је учествовало 780 учесника узраста од 9 до 18 година из различитих жупанија у Хрватској. Учесници су подељени у три групе: ученици нижих разреда основне школе ( $N=158$ ), ученици виших разреда основне школе ( $N=345$ ) и ученици средњих школа ( $N=277$ ). У оквиру сваке групе из узорка учесници су радили према истом наставном плану и програму за математику који је одобрило Министарство науке и образовања Хрватске. Ученици нижих разреда основне школе похађали су трећи и четврти разред. У тој групи било је 83 ученика и 75 ученица. Ученици виших разреда основне школе су ученици од петог до осмог разреда – 180 дечака и 165 девојчица. Група средњошколских ученика се састојала од гимназијалаца који не похађају Математичку гимназију, а било је 133 ученика и 144 ученице.

*Инструменти.* Троделни инструменти су коришћени у овом истраживању. Први део инструмената је обухватао неколико питања затвореног типа на основу којих су добијене информације о разреду који учених похађа, полу, најчешћим оценама из математике и закљученој оцени из математике на крају протекле школске године.

Други део инструмента представљао је Упитник о математичком самопоимању и субјективној вредности математике који је био делимично прилагођен сврси овог истраживања. Овај Упитник садржао је три подскеале са укупно 13 ставки помоћу којих су испитивани ставови ученика о сопственим математичким способностима, заинтересованости за математику као предмет и о корисности математике у животу. Прва подскала (процена математичких способности) делимично је преузета из Међународног програма процене ученичких постигнућа PISA (Programme for International Student Assessment (Ferla, Valcke & Cai, 2009; Препорука Европског парламента и Савета од 18. децембра 2006. године о кључним компетенцијама за целоживотно учење, 2006) и састојала се од 5 елементата (нпр. *Брзо учим математику*). Задатак учесника био је да процене степен сагласности са сваком од изјава, при чему је 1 означавао потпуно неслагање, а 4 потпуно слагање са изјавом. Сви елементи заједно објашњавају 62% варијансе, док је поузданост проверена преко Кромбах Алфа:  $\alpha=,84$ , са  $M=13,04$  и  $sd=3,68$ . Виши резултат на скали такође је показао да су математичке способности процењене као веће. Друга подскала је мерила корисност математике и састојала се од четири елемента (нпр. *Мислим да ће моје знање из математике бити корисно у свакодневном животу*). Задатак учесника био је да процене степен слагања са сваком од ставки, при чему је 1 означавао потпуно неслагање, а 4 потпуно слагање са изјавом. Сви елементи заједно објашњавају 71% варијансе, док је поузданост проверена преко Кромбах Алфа:  $\alpha=,75$ , са  $M=11,70$  и  $sd=3,12$ . Виши резултат је указао на то да је математика оцењена као прилично корисна. Трећа подскала је мерила заинтересованост за математику и састојала се од четири елемента (нпр. *Занима ме оно што учим из математике*). Задатак учесника био је да процене степен слагања са сваком од ставки при чему је 1 означавао потпуно неслагање, а 4 потпуно слагање са изјавом. Елементи објашњавају 71% варијансе док је поузданост проверена преко Кромбах Алфа:  $\alpha=,86$ , са  $M=8,83$  и  $sd=3,33$ . Виши резултат је указао на већу заинтересованост за математику.

Трећи део инструмента чинио је скуп од девет једноставних проблемских задатака из математике који су одабрани тако да их могу решити ученици нижих разреда основне школе (трећег и четвртог разреда), ученици виших разреда основне школе (од петог до осмог разреда) и средњошколци. На пример, задат је проблем: Ако 3 кокошке за 3 дана снесу 3 јаја, колико јаја ће снети 6 кокошака за 6 дана? Он се може решити коришћењем неколико различитих математичких стратегија, у за-

висности од искуства учесника и математичког знања. Укупан резултат проблемских задатака формиран је као збир исправних решења тако да је опсег могућих резултата био од 0 до 9. Приликом решавања проблемских задатака учесници су постигли просечну оцену од  $M=4,54$  ( $D=5$ ; опсег могућих резултата од 0 до 9) са стандардном девојацијом  $SD=1,76$ . Поузданост преко Кронбаховог Алфа коефицијента је износила  $\alpha=.59$  што указује на релативно ниску поузданост. Међутим, потребно је узети у обзир структуру задатака. Будући да су задаци били различити, односили су се различите аспекте математичке писмености, што и јесте био циљ овог истраживања. Стога се чини оправданим користити композитни резултат.

*Процедура.* Истраживање су по групама спровели учитељи и предметни наставници у току школске 2015/2016. године. Учесници су попуњавали Упитник и решавали задатке током часа математике или разредне наставе. Сврха истраживања им је укратко објашњена и замољени су да дају искрене одговоре на питања. Такође, био је истакнут и значај исправног решавања проблемских задатака из математике. Упутство је прочитано посебно за Упитник и посебно за задатке. Ученицима је требало око 15 минута да попуне Упитник (ученицима у нижим разредима основне школе било је потребно нешто више од 15 минута). Време које је било потребно ученицима да ураде задатке из математике такође је варијало у зависности од узраста, али је у свим разредима било потребно највише 45 минута да се попуни Упитник и ураде задаци.

## РЕЗУЛТАТИ

Табела 1 приказује резултате по задацима и старосним групама и резултате хи-квадрат тестова који су коришћени за поређење тачности у решавању појединачних задатака у свакој групи ученика.

*Табела 1: Тачност у решавању проблемских задатака према старосним групама*

Задатак	Нижи разреди основне школе		Виши разреди основне школе		Средња школа		$\chi^2$
	f Тачан	%	f Тачан	%	f Тачан	%	
1	117	74,05	291	84,35	237	85,56	10,50**
2	131	82,91	309	89,57	258	93,14	11,20**
3	107	67,72	280	81,16	257	92,78	44,73**
4	41	27,33	78	22,61	107	38,63	19,38**

5	76	48,10	210	60,87	240	86,64	80,20**
6	30	19,23	40	11,59	43	15,52	5,39
7	55	34,81	159	46,09	176	63,54	37,00**
8	37	23,42	69	20,06	40	14,44	6,03*
9	11	6,96	40	11,59	96	34,66	71,73**

Напомена: f – фреквенција; \* $p < .05$ ; \*\* $p < .01$

Табела 1 показује да су учесници били најуспешнији у другом задатку који се заснивао на геометријској матрици. Могуће је да је овај тип задатка био лак, јер се слична методологија решавања проблема користи у географији, техничком образовању и другим предметима. Осим тога, резултати су показали да постоје значајне разлике у односу на узраст када се говори о тачности у решавању свих задатака. Једини изузетак је шести задатак за чију израду су била потребна основна знања из геометрије. За већину задатака је утврђено да се успех у решавању задатака повећао код старијих ученика, али је за неке задатке било и другачије. На пример, у четвртном задатку (*Пас је јурио зеца. У тренутку када је пас потрчао за зецом, зец је био 3 метра испред пса. Колико скокова мора да начини пас да би ухватио зеца, ако пас направи скок од 3 метра и зец направи скок од 2 метра*) ученици нижих разреда основне школе били су успешнији и од ђака виших разреда основне школе и од средњошколаца. Посебно је занимљив резултат у вези са осмим задатком, јер је дати наставни садржај (запремина и маса) део предмета као што су физика и хемија, који се уче у вишим разредима, те је разумно очекивати да ће старији ученици бити успешнији у решавању овог задатка. Сличан тренд био је приметан и у вези са шестим задатком, али та разлика се није показала сигнификантном.

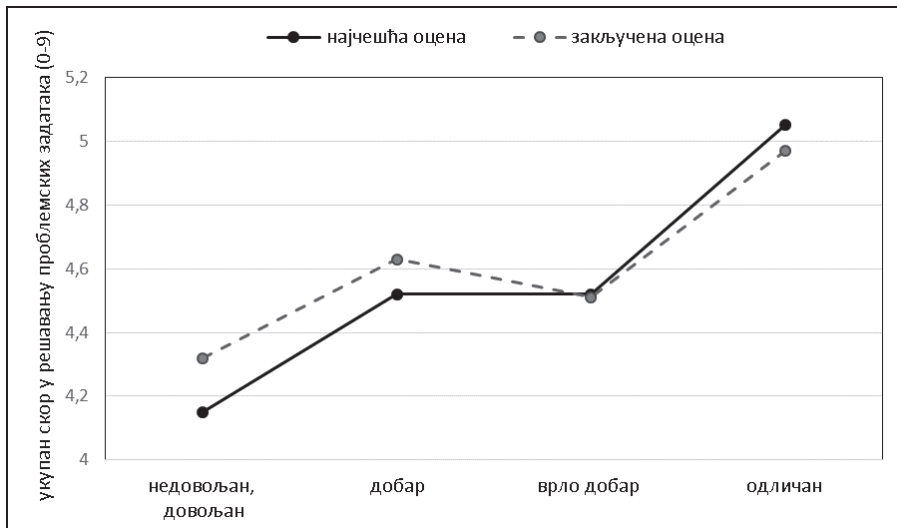
Како би се дао одговор на прво истраживачко питање и открило да ли постоји значајна веза између школских оцена из математике и резултата у решавању проблемских задатака из математике, извршене су две једносмерне анализе варијансе, чији је циљ да се упореде ученици који имају различите оцене из математике и њихови резултати у решавању проблемских задатака из математике (Слика 1). Било је  $N=122$  ученика који имају недовољну или довољну оцену  $N=164$  који имају добру оцену,  $N=235$  који имају врло добру оцену и  $N=246$  ученика је имало одличну закључену оцену. Анализа најчешћих оцена из математике укључила је  $N=136$  ученика који имају недовољну или довољну оцену,  $N=186$  који имају добру оцену,  $N=260$  који имају врло добру оцену и  $N=259$  ученика који имају најчешће одличну оцену. Обе анализе су углавном сигнификантне ( $F_{\text{закључена оцена}}=6,25$ ;  $df=3,763$ ;  $p=,00$ ;  $F_{\text{најчешћа оцена}}=8,18$ ;  $df=3,763$ ;  $p=,00$ ). Ипак, после постериорног поступка Шефевим тестом, испоста-

вило се да се једино ученици који имају одличне оцене разликују од осталих кад је у питању најчешћа оцена, док није било значајних разлика у резултатима ученика који имају друге оцене (Табела 2). Када је реч о закљученој оцени из математике, постоје разлике разлика између ученика који имају недовољну или довољну оцену је потврђена, код ученика који имају одличну оцену, као и између ученика који имају врло добру и одличну оцену (Табела 3).

Другим речима, када се говори о закљученим оценама из математике, ни ученици са добрим, нити ученици са одличним оценама се не разликују када је у питању решавање проблемских задатака из математике. Такође, ученици који имају недовољну или довољну оцену из математике не разликују од ученика који су имали врло добру закључену оцену из математике.

Требало би напоменути да је просечна разлика између ученика који су постигли најлошије и најбоље резултате у решавању проблемских задатака из математике нешто нижа од једног поена, или око једног поена, што значи да се у просеку разликују у односу на један тачно урађен задатак.

Слика 1: Разлике у укупној оцени у решавању проблемских задатака из математике у односу на школске оцене из математике





Табела 2: Разлике у укупном резултату у проблемским задацима између ученика који имају различите оцене из математике (post-hoc поређења, Шефев тест, *n*-вредности)

Најчешћа оцена из математике	Недовољан, довољан	Добар	Врло добар	Одличан
Недовољан, довољан		,226	,216	,000**
Добар			1,00	,036*
Врло добар				,033*
Одличан				

Напомена: \* $p < ,05$ ; \*\* $p < ,01$

Табела 3: Разлике у укупном резултату у проблемским задацима између ученика који имају различите оцене из математике (post-hoc поређења, Шефев тест, *n*-вредности)

Закључена оцена из математике	Недовољан, довољан	Добар	Врло добар	Одличан
Недовољан, довољан		,499	,902	,004**
Добар			,811	,176
Врло добар				,006**
Одличан				

Напомена: \* $p < ,05$ ; \*\* $p < ,01$

Како би се одговорило на друго истраживачко питање и истражило да ли постоје старосне и родне разлике у оценама из математике, решавању проблемских задатака, математичком самопоимању (самопроцени математичких способности) и субјективној вредности математике (заинтересованости за математику и оцени корисности математике), спроведена је серија једносмерних анализа варијансе да би се тестирале разлике у поменутиим варијаблама између старосних група (нижи разреди основне школе, виши разреди основне школе и средња школа).

Табела 4: Поређење независних група према узрасту учесника у истраживачким варијаблама (резултати једносмерне анализе варијансе)

Варијабле	$M_1$	$M_2$	$M_3$	F	p
Најчешћа оцена из математике	4,21	3,46	2,99	68,19	,00
Закључена оцена из математике	4,46	3,90	3,25	84,57	,00
Самопроцена математичких способности	3,00	2,64	2,39	37,56	,00
Заинтересованост за математику	2,97	2,21	1,82	125,20	,00
Корисност математике	3,45	3,11	2,49	116,2	,00
Општи резултати на тесту	3,84	4,29	5,25	42,34	,00

Напомена:  $M_1$  – аритметичка средина ученика нижих разреда основне школе;  $M_2$  – аритметичка средина ученика виших разреда основне школе;  $M_3$  – аритметичка средина ученика средње школе.

Табела 4 показује да постоје значајне разлике у свим варијаблама између старосних група. Постоји значајан пад вредности у старијим групама у свим варијаблама, осим на укупном резултату теста где су старији ученици постигли боље резултате.

Извршена је серија т-тестова како би се испитале родне разлике у односу на школском постигнуће из математике, на самопоимање математике, субјективну вредност математике, као и у односу на резултате приликом решавања проблемских задатака. Резултати су приказани у Табели 5. Утврђено је да не постоје разлике у учинку у решавању проблемских задатака иако девојчице имају боље оцене из математике од дечака. Није било сигнификантних разлика у математичком самопоимању и субјективној вредности математике.

Табела 5: Поређење зависних варијабли између ученика и ученица (резултати т-теста)

	$M_F$	$M_M$	t(df=778)	P
Најчешћа оцена из математике	3,58	3,32	3,20	,001
Закључена оцена из математике	3,90	3,67	2,97	,003
Самопроцена математичких способности	2,63	2,62	,19	,845
Заинтересованост за математику	2,22	2,24	-,42	,672
Корисност математике	2,91	3,00	-1,60	,110
Општи резултати на тесту	4,53	4,55	-,19	,847

Како би се одговорило на треће истраживачко питање и испитао однос између самопоимања математике, субјективне вредности математике, школских оцена из математике и успеха у решавању проблемских задатака, извршене су корелационе анализе које су приказане у Табели 6.

Табела 6: Корелациона матрица истраживачких варијабли

	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1. Узраст	,04	-,38*	-,42*	-,29*	-,47*	-,48*	,31*
2. Пол		,11*	,11*	,01	-,06	-,02	-,01
3. Најчешћа оцена из математике			,79*	,72*	,39*	,58*	,17*
4. Закључена оцена из математике				,61*	,40*	,52*	,13*
5. Самопроцена математичких способности					,53*	,75*	,21*
6. Корисност математике						,62*	-,01
7. Заинтересованост за математику							,01
8. Укупан резултат у решавању проблемских задатака							

Напомена: \* $p < ,01$

Очигледно је да постоји релативно мала али значајна корелација између оцена у математици и успеха у решавању проблемских задатака, што је већ објашњено у првом делу резултата (Слика 1, Табела 2 и 3). Успех у решавању проблемских задатака такође се заснива на умерено позитивној корелацији са сопственом перцепцијом математичких способности. Не постоји корелација између субјективне вредности математике и успеха у решавању проблемских задатака.

Коначно, да бисмо одговорили на последње истраживачко питање и установили како узраст, пол, математичко самопоимање и субјективна вредност математике појединачно објашњавају разлике у школском постигнућу и успеху у решавању проблемских задатака, извршене су две хијерархијске регресионе анализе чији су критеријуми били целокупан резултат постигнут у решавању проблемских задатака и најчешће оцене из математике. Резултати ових анализа приказани су у Табели 7.

Табела 7: Резултати HRA у поређењу са резултатима проблемских задатака као критеријумом

Први корак	Проблемски задаци	Најчешћа оцена из математике
Пол	-,02	,13**
Узраст	,31*	-,39**
R	,31	,40
R <sup>2</sup>	,10	,16
F (df)	40,13** (2,777)	75,22** (2,777)
Други корак		
Пол	-,02	,11**
Узраст	,38**	-,21**
Процена математичких способности	,39**	,68**
Заинтересованост за математику	-,11*	,02
Корисност математике	,03	-,07*
R	,44	,75
R <sup>2</sup>	,20	,56
$\Delta R^2$	,10**	,40**
F (df)	31,27** (5,774)	198,70** (5,774)

Напомена: \* $p < .05$ ; \*\* $p < .01$

У првом кораку анализе уведене су варијабле *пол* и *узраст ученика*, док су у другом и завршном кораку додате варијабле које се односе на самопоимање математике и субјективну вредност математике. Сви предиктори заједно чине 20% варијансе резултата теста, тј. 56% варијансе оцене из математике. У последњем кораку анализе све варијабле, осим заинтересованости за математику, издвојене су као значајни предиктори оцена у математици. Посебно, ученици, млађи и ученици који себе процењују као способнији у математици, али и оцењују математику као мање корисну, имају боље оцене. Узраст, самопроцена математичких способности и заинтересованост за математику издвојени су као значајни предиктори успеха у решавању проблемских задатака из математике. Старији ученици и они који су своје математичке способности проценили као више, тј. који имају више математичко самопоштовање, али и

ученици који су мање заинтересовани за математику били су значајно успешнији у решавању проблемских задатака.

## ДИСКУСИЈА

### *Успех у решавању проблемских задатака из математике*

Резултати постигнути приликом решавања проблемских задатака из математике показали су да је тачност решења појединих задатака у целом узорку била у распону од 10,51% до 89,49%. У просеку, ученици су исправно решили 5 задатака, а све старосне групе су се значајно разликовале (Табела 2). Не изненађује то што су ученици виших разреда постигли бољи резултат због већег математичког знања и већег животног искуства. Међутим, када се детаљније анализирају резултати, очигледно је да је најмлађа група ученика била успешнија у односу на старије ученике у неким задацима, те се очекивало да ће укупан успех у целом узорку бити бољи. Ово се нарочито односи на следећи задатак: „Ако 3 кокошке за 3 дана снесу 3 јаја, колико јаја ће снети 6 кокошака за 6 дана?” који је тачно решило мање од 12% ученика виших разреда основне школе и отприлике трећина средњошколаца. Такође, већина ученика свих узраста је нетачно урадила задатак у коме је тражено поређење јединица за меру тежине и запремине маслиновог уља, што је посебно „поражавајуће” за ученике виших разреда основне школе и средњошколце, будући да се то учи не само из математике, већ и из хемије и физике. Упркос томе, ученици нижих разреда основне школе били су успешнији у решавању овог проблема. Требало би такође поменути и задатак који је захтевао основно знање о геометрији примењеној у реалној ситуацији. Успешно га је решило веома мало ученика: од 11,59% ученика виших разреда основне школе до 19,53% ученика нижих разреда основне школе. Очигледно је да ученици немају довољно математичких знања и вештина, које би им омогућиле да успешно решавају проблеме користећи математичке концепте и процесе. Разлоге можемо потражити у начину на који се математика предаје у школи. Подучавање математике се очигледно фокусира на знања и процесе који не омогућавају деци да се успешно решавају свакодневне проблеме за које је потребна математичка писменост.

### *Однос између оцена из математике и решавања проблемских задатака из математике*

Иако су утврђене значајне корелације између оцена из математике и резултата проблемских задатака, те корелације су биле прилично мале ( $r=,13$  за закључену оцену  $r=,17$  за најчешћу оцену). Могло би се очекивати да ће корелација између школских постигнућа у математици и успеха

у решавању проблемских задатака из математике бити јача, будући да су математичке способности и писменост, које би заправо требало да буду главни циљеви подучавања математике, повезане са решавањем проблемских задатака. Анализа варијансе, којом се тестирају разлике у решавању проблемских задатака између ученика који имају различите оцене из математике, указала је на сигнификантне разлике, али је такође и показала да се те разлике јављају само када се упореде ученици који имају најбоље оцене са свим осталим ученицима. Нема разлике у успешности у решавању проблемских задатака када се пореде ученици који имају остале оцене, тј. када се посматра најчешћа оцена коју ђаци добијају из математике. Сличан тренд постоји и када се говори о закљученим оценама. Прецизније говорећи, ученици који имају одличне закључене оцене разликовали су се од оних који имају најниже или врло добре оцене, али није било разлике између ученика који имају добре и одличне оцене или између ученика који су имали недовољну или довољну оцену из математике и оних који су имали врло добру оцену из математике. Ови резултати су прилично неочекивани и показују да оцене у школи можда нису најбољи показатељи математичких вештина или математичких компетенција које су испитане у овом истраживању. Ово питање би требало обрадити у будућим истраживањима како би се боље разумело које би математичке садржаје, укључујући решавање проблемских задатака из математике, требало боље применити у математичком школском образовању.

*Родне и узрасне разлике у математичким постигнућима,  
математичком самопоимању и субјективној  
вредности математике*

Резултати показују да ученице имају боље оцене, тј. да имају боља постигнућа, али нису утврђене полне разлике у односу на успех у решавању проблемских задатака из математике. Остале студије у свим областима које укључују математику су утврдиле да постоје родне разлике у школским постигнућима, тј. да су девојчице оствариле бољи резултат (Hyde, Fennema & Lamon, 1990; Perkins, Kleiner, Roey & Brown, 2004; Pomerantz, Altermatt & Saxon, 2002; Steinmayr & Spinath, 2008). Заправо, заправо показале су ученице често у школи успешније у овим областима, тј. у предметима који се стереотипно сматрају мушким. С друге стране, ова предност нестаје када се ради о решавању проблемских задатака који захтевају коришћење математичког знања, тј. вештине математичке писмености, као што су оне које се примењују у PISA тестовима у којима дечаци постижу боље математичке резултате у односу на девојчице (Stoet & Geary, 2013). Бабаровић, Бурушић и Шакић (Babarović, Burišić i Šakić, 2009) такође показују да разлике у оценама које фаворизују ученице нестају када се као мера постигнућа у области природних

наука користе објективни тестови знања. Резултати нашег истраживања такође показују да иако су ученице успешније у математици када се говори о оценама из тог предмета, не постоји значајна разлика између ученика и ученица у решавању проблемских задатака из математике. Нису откривене родне разлике када се говори о математичком самопоимању и субјективној вредности математике. С друге стране, анализа узрасних разлика показала је да се вредности готово свих варијабли, тј. школског постигнућа, самопоимања математике и субјективне вредности математике смањују с годинама, тј. да су ниже у старијим групама. Овај тренд се појављује и у резултатима других аутора који су такође показали да се субјективна вредност математике и математичког самопоимања смањује с годинама (Wigfield *et al.*, 1997; Jacobs *et al.*, 2002; Watt, 2004; Eccles *et al.*, 1989). Питање је зашто ученици који обично имају позитиван став према математици у млађем узрасту и релативно високо математичко самопоимање мењају своју перцепцију и ставове према математици у негативном смеру током школовања. Прво логично објашњење представља чињеница да математика као предмет у вишим разредима основне школе и у средњој школи постаје једна од најтежих материја у којој ученици остварују лошије резултате и стога њихови негативни ставови постају наглашенији током времена (Putney & Cass, 1998; Xin, 2003). Ово је делимично резултат структуре наставе која укључује превише садржаја и премало времена за квалитетну наставу, а која не подстиче развој вештина, тј. математичких процеса. Могуће је да предмет математике не приближава ученике математици као дисциплини која је корисна у животу и да не развија успешно математичке вештине. Развијање математичких вештина и математичког размишљања током наставе вероватно би ојачао самопроцену ученика о сопственим математичким способностима, а познато је да је перцепција сопствених математичких способности најважнија одредница математичког постигнућа, што су потврдили и резултати ове студије.

*Предиктори успеха из математике у школи и успех  
у решавању проблемских задатака*

Резултати ове студије указују на значајну, али ниску корелацију између школског успеха из математике и успеха у решавању проблемских задатака. Резултати показују да се, с једне стране, школски успех из математике с годинама смањује, а да се, с друге стране, повећава успешност у решавању проблемских задатака из математике. Поред тога, постоји висока позитивна корелација између оцена из математике и субјективне вредности математике, односно корисности математике и заинтересованости за тај предмет, као и самопоимања математике, док постоји ниска или никаква корелација тих варијабли и успеха у решавању проблемских задатака, који указују на различите детерминанте математике као

школског предмета и математичке писмености. То имплицитно указује на чињеницу да оцене у школи нису валидни показатељи вештина у решавању проблемских задатака, што би се и могло очекивати с обзиром на циљ подучавања математике – развијање математичке писмености. Могуће је да се вештина решавања проблемских задатака не вреднује на адекватан начин при закључивању оцена, те да заправо, сама настава недовољно ефикасно подстиче те аспекте математичке писмености због чега и нису вредновани. Када се говори о корисности математике, могуће је да ученици када процењују корисност математике, заправо оцењују школско знање из математике и не повезују га са свакодневним животним ситуацијама које захтевају математичко размишљање. Будући да је корелациона анализа показала да не постоји корелација између заинтересованости за математику и успеха у решавању проблемских задатака, очигледно је да је такозвана школска математика удаљена од математике коју ће ученици користити у свакодневном животу и која би требало да развија њихово математичко размишљање. Иако су делимично неочекивани, резултати регресионе анализе такође иду у прилог томе, јер се показало да је интересовање за математику негативан предиктор успешности у решавању проблемских задатака. У том контексту, уколико се пажљиво анализирају резултати корелационих анализа који указују на сигнификантну корелацију између субјективне вредности математике и оцена у школи, као и резултати анализе људске поузданости, који су показали да заинтересованост и корисност нису предиктивни за школски успех из математике, може се закључити да су само старосне карактеристике и процена сопствених математичких способности релевантне за школски успех из математике. Самопроцена математичких способности показала се као најважнији предиктор како школских постигнућа у математици, тако и успеха у решавању проблемских задатака. С друге стране, иако би субјективна вредност математике требало да буде значајна детерминанта постигнућа према Теорији вредности и очекивања (Eccles Parsons, Adler, Futterman, Goff & Kaczala, 1983) која се заснива на очекивањима и субјективној вредности задатка, у овом истраживању заинтересованост и корисност математике су се показале слабо предвидљивим како за успех у школи, тако и за успеха у решавању проблемских задатака.

## ЗАКЉУЧАК

Ово истраживање је показало да не постоји јака веза између школских оцена из математике и решавања проблемских задатака из математике. У поређењу са старијим ученицима, млађи ученици имају боље оцене, показују већу заинтересованост за математику, сами процењују своје математичке способности као више а математику доживљавају као кориснију. С друге стране, старији ученици су успешнији у решавању



проблемских задатака из математике. Полне разлике су показале да ученице имају боље оцене из математике у односу на ученике. Међутим, није било других значајних разлика између дечака и девојчица када се говори о решавању проблемских задатака из математике, самопроцени математичких способности или субјективној вредности математике.

Потребно је говорити и о недостацима овог истраживања. Први почива на чињеници да је број проблемских задатака био релативно мали, а да су сви ученици радили исте задатке, без обзира на узраст. Будући да су задаци били прилагођени најмлађем узрасту који је учествовао у овом истраживању, било је прихватљиво да сви ученици решавају исте задатке како би добијени резултати могли да се упореде. Поред тога, имајући у виду различитост математичких способности и комплексност концепта математичке писмености, већи број различитијих задатака био би погоднији за доношење закључака. Међутим, будући да је овим истраживањем требало покривати ученике свих разреда, укључујући и ученике нижих разреда основне школе, било је неопходно водити рачуна о њиховој концентрацији и пажњи. Упркос овим недостацима може се закључити да резултати овог истраживања потврђују већ познате трендове опадања школских постигнућа из математике, као и опадање математичког самопоимања и субјективне вредности математике са годинама. Иако су у овом истраживању старији ученици били успешнији у решавању проблемских задатака из математике, резултати упућују на релативно слабу математичку компетенцију у свим узрасним групама. Упркос детаљно написаним наставним плановима и програмима из математике и великом броју математичких концепата са којима се сусрећу, ученици свих узраста показали су слабе компетенције када су се суочавали са задацима који захтевају основна знања и вештине. Узимајући у обзир важност решавања проблемских ситуација у свакодневном животу, као и даље развијање математичког размишљања, чини се важним изменити моделе наставе математике како би се подстицале вештине (процеси) решавања проблема и математичко размишљање. Поред тога, било би корисно преиспитати планове и програме (садржаје) из математике који би требало буду у већој мери оријентисани на коришћење математичких знања и вештина приликом решавања различитих проблемских задатака, него на употребу утврђених математичких поступака у апстрактним математичким процесима.

# THE CONTRIBUTION OF THE MATHEMATICS SELF-CONCEPT AND SUBJECTIVE VALUE OF MATHEMATICS TO MATHEMATICAL ACHIEVEMENT

*Ina Reić Ercegovac\**, *Morana Koludrović* and *Irena Mišurac*  
Faculty of Social Sciences and Humanities, University of Split, Croatia

*Abstract.* The aim of this study was to examine the performance of different age groups of students in mathematical achievement, i.e. in solving mathematical problem tasks and mathematical school grades. Furthermore, the study aimed to investigate the contribution of the mathematics self-concept and subjective value of Mathematics to explain individual differences in solving mathematical problem tasks and school achievement in Mathematics. A total of 780 participants took part in the study. The results show that with age school achievement in Mathematics decreases, as well as Mathematics self-concept and students' subjective value of Mathematics. On the other hand, older students are more successful in solving mathematical problem tasks. However, the performance in mathematical problem solving was relatively poor throughout the sample. Although female students had better grades, there were no significant gender differences in relation to solving problem tasks or mathematical self-concept and the subjective value of Mathematics. Younger students, in comparison to older ones, assessed their mathematical abilities higher, were more interested in Mathematics and evaluated it as more useful. The only commonly important predictors of both problem solving tasks and most frequent grade in Mathematics were age and the self-assessment of mathematical abilities.

*Keywords:* subjective value of mathematics; mathematical problem tasks; mathematics self-concept; usefulness of mathematics

## INTRODUCTION

In today's world of rapid development and computerisation, mathematical competence plays an increasingly important role in the lives of individuals and society in general. Therefore, it is important to develop students' mathematical competence during education, which should enable students to cope in situations that require mathematical thinking and solving problems successfully. Solving problem tasks, as one of the indicators of mathematical literacy, is a process that consists of analysing a task, seeking the best strategy that leads to a solution, presenting a problem situation, anticipating, solving the problem by applying mathematical knowledge and skills, and even making mistakes and retrying (Cheng, 2013; Mišurac, 2014). In order to find a solution, students have to go through their prior knowledge and during this process they develop and expand their conceptual mathematical understanding (Mišurac, 2014). In contemporary mathematics learning and teaching

---

\* E-mail: inareic@ffst.hr

process in addition to learning mathematical concepts, it is important to constantly develop mathematical processes that enable deeper understanding and use of mathematical insights in everyday life (Cheng, 2013; Freitag, 2014; Mišurac, 2014).

In Croatian education system, mathematics is one of the most important subjects, represented with large number of classes in elementary and high school, right after the Croatian language. In curricula, the ultimate goal of learning mathematics is mathematical competence which is conceived as the ability to develop and apply mathematical thinking in order to solve a range of problems in everyday situations (Nacionalni okvirni kurikulum za predškolsko vaspitanje i obrazovanje te opšte obavezno i srednjoškolsko obrazovanje, 2010). Unfortunately, immediate teaching process and school textbooks are still oriented towards frontal teaching mathematical content and automatisisation of mathematical operations without systematic fostering mathematical processes and divergent thinking. Consequently, Croatian students' achievements in international mathematical literacy tests point to mostly under-average results in solving logical and problematic mathematical tasks (Mullis, Martin, Foy & Hooper, 2016; PISA 2015: Results in Focus, 2018). Furthermore, earlier studies consistently show significant decline in mathematical achievement (school grades) as students move to upper classes (Koludrović & Kalebić Jakupčević, 2017; Koludrović & Radnić, 2013; Reić Ercegovac & Koludrović, 2010). So, it seems important to explore the relationship between school achievements in mathematics and the success in solving problem tasks and to explore factors which contribute to the achievements in solving mathematical problem tasks and factors contributing to the school grades in Mathematics. Having in mind the discrepancy between learning outcomes in mathematical curricula and mathematical literacy that is covered in, e.g. the PISA test, it seems reasonable to expect that different factors be relevant for explaining individual differences in mathematical school achievement on the one hand and success in mathematical problem tasks on the other. Such information can help with curricula development, but can also help teachers to select suitable teaching contents and methods. Factors that are taken into account are mathematical self-concept, interest in Mathematics and usefulness of mathematics for future life and education, age, and gender.

The mathematics self-concept, which proved to be important for both achievements in mathematics and further education, and subsequent professional choices in the field (Gottfredson, 2002; Watt, 2005) is influenced by various factors including child perception of gender roles and stereotypes, perceptions of beliefs, attitudes and behaviours of parents and of other socialization factors, and the child's affective reaction often related to fear in the case of Mathematics (Eccles & Wigfield, 2002; Matić, Marušić & Baranović, 2015). When it comes to gender roles and stereotypes, mathematics is usually considered a male domain. Furthermore, various older studies have shown that female students usually assess themselves as less competent in math-

ematics and assess mathematics as more difficult than male students (Wigfield, Eccles, Iver, Reuman & Midgley, 1991) and that with age mathematics self-concept declines regardless of gender (Wigfield *et al.*, 1991; Wigfield *et al.*, 1997). The importance of mathematics self-concept, i.e. the assessment of one's own mathematical abilities and the assessment of success in mathematics, directly influences the subjective value of mathematics, which in turn directly influences the behaviour and achievements in Mathematics, and also indirectly through the expectation of success (Eccles & Wigfield, 2002). Interest in Mathematics and usefulness of mathematics for future life and education are components of subjective value of Mathematics as suggested by Eccles & Wigfield (2002). Interest refers to the intrinsic motivation, i.e. the satisfaction a student feels when taking part in mathematical activities. Utility refers to student's assessment of how useful mathematics is for the future activities, such as enrolment in high school or the desired university. Earlier studies have shown that interest and utility contribute to the achievement in the subject and students' self-concept in the subject (Hidi & Renninger, 2006; Tracey, 2002).

When it comes to gender differences in the subjective value of mathematics, researches have shown that mathematics is less attractive to female students, i.e. that they perceive it as less important (Bøe & Henriksen, 2013; Samuelsson & Samulesson, 2016). With regard to age, researches mostly point out that there is a decline in all the aspects of the subjective value of Mathematics with age. In addition, researches have shown that with age the interest in Mathematics (Jacobs, Lanza, Osgood, Eccles, Wigfield, 2002; Watt, 2004) and the importance of mathematics decreases and it is liked less (Eccles, Wigfield, Flanagan, Miller, Reuman, Yee, 1989; Wigfield *et al.*, 1991). At the same time, the attitudes towards Mathematics become increasingly negative with age (Putney & Cass, 1998; Xin, 2003).

The aims of this study were to examine the performance in solving problem tasks of different age groups and to investigate the contribution of the mathematics self-concept and the subjective value of Mathematics in explaining individual differences in mathematical problem tasks and Mathematical school grades. To achieve these aims, the following research questions were developed:

- (1) Is there a significant relationship between school grades in Mathematics and results achieved on mathematical problem tasks?
- (2) Are there age and gender differences in Mathematics school grades, problem task scores, mathematics self-concept (self-assessment of mathematical abilities) and the subjective value of Mathematics (interest in mathematics and assessment of the usefulness of mathematics)?
- (3) What is the relationship between mathematics self-concept, the subjective value of mathematics, school grades in Mathematics and the performance in mathematical problem tasks?

- (4) How age, gender, mathematics self-concept and the subjective value of mathematics individually explain the differences in school achievement and performance in solving problem tasks?

## METHODOLOGY

*Sample.* The study included 780 participants aged 9 to 18 from several Croatian counties. The participants were divided into three groups, lower elementary students (N=158), higher elementary students (N=345), and high school students (N=277). Within each group in the sample, participants had the same mathematical curriculum, approved by the Croatian ministry of science and education. Lower elementary students were third and fourth grade students and included 83 male and 75 female students. Higher elementary students were students from grade 5 to grade 8, and the sample consisted of 180 male and 165 female students. The group of high school students consisted of grammar school students, who do not attend Mathematical gymnasium, and there were 133 male and 144 female students.

*Instruments.* A three-part instrument was used in the study. The first part of the instrument included several closed questions that collected information on the grade the student is attending, gender, the most frequent mark in Mathematics and final mark in Mathematics in the last school year.

The second part of the instrument was a Questionnaire on the mathematics self-concept and on the subjective value of mathematics that was partially adapted for the purpose of this study. This Questionnaire included three subscales with a total of 13 items that examined students' attitudes towards their own mathematical abilities, interest in the subject of Mathematics and usefulness of Mathematics in life. The first subscale (assessment of mathematical abilities) was partly adopted from the PISA study – Programme for International Student Assessment (Ferla, Valcke & Cai, 2009; Recommendation of the European Parliament and of the Council of 18 December for lifelong learning, 2006) and consisted of 5 items (such as *I learn Mathematics quickly*). The participants' task was to assess the degree of agreement with each of the statements, with 1 being I completely disagree and 4 being I completely agree. The items in total explain 62% of the variance, the reliability was Cronbach's  $\alpha=.84$ , with  $M=13.04$  and  $sd=3.68$ . A higher score on the scale also indicated that mathematical abilities were assessed as greater. The second subscale measured usefulness of Mathematics and consisted of four items (e.g., *I think my knowledge of Mathematics will be useful in everyday life*). The participants' task was to assess the degree of agreement with each of the items, with 1 being I completely disagree and 4 being I completely agree. The items in total explain 71% of the variance, the reliability was Cronbach's  $\alpha=.75$ , with  $M=11.70$  and  $sd=3.12$ . A higher score indicated that Mathematics was assessed as being rather useful. The third subscale measured interest in Mathematics and consisted of four items (e.g., *I'm interested in the things*

*I study in Mathematics*). The participants' task was to assess the degree of agreement with each of the items with 1 being I completely disagree and 4 being I completely agree. The items explain 71% of the variance, the reliability was Cronbach's  $\alpha=.86$ , with  $M=8.83$  and  $sd=3.33$ . A higher score on the scale indicated a greater interest in Mathematics.

The third part of the instrument was a set of nine simple mathematical problem tasks which were selected so that lower elementary school students (grades 3 and 4), higher elementary school students (grades 5 to 8) and high school students could solve them. For example, task *If 3 hens in 3 days lay 3 eggs, how many eggs lay 6 hens in 6 days?* can be solved by using several different mathematical strategies, depending on participants' experience and mathematical knowledge. The overall result of the problem tasks was formed as a sum of correct solutions so the range of possible results was from 0 to 9.

When solving problem tasks, the participants achieved an average score of  $M=4.54$  ( $D=5$ ; possible range from 0 to 9) with standard deviation  $SD=1.76$ . The reliability coefficient was Cronbach's  $\alpha=.59$  which is a relatively low reliability. However, what should be taken into consideration is the structure of the tasks, as they were diverse and covered different aspects of mathematical literacy, which was the aim of this study. Therefore, it seems justified to use the composite result.

*Procedure.* The research was conducted during the school year 2015/2016, in groups, in school by primary school or subject teachers. The participants completed the questionnaire and solved the tasks during Mathematics or homeroom class. The purpose of the study was briefly explained to the participants, who were asked to provide honest answers to the questions, and the importance of solving mathematical problem tasks correctly was stressed. The instruction was read separately for the questionnaire and separately for the tasks. It took participants on average 15 minutes to complete the questionnaire (in lower elementary classes it took them slightly more than 15 minutes). The time it took the participants to do the maths tasks also varied depending on the participants' age, but in all classes it took them a maximum of 45 minutes to complete the questionnaire and do the tasks.

## RESULTS

Table 1 shows the results by task and age groups and the results of the chi-square tests that were used to compare the accuracy in solving individual tasks in three age groups.

Table 1. The accuracy of problem-solving tasks by age groups

Task	Lower elementary		Higher elementary		High school		$\chi^2$
	f Correct	%	f Correct	%	f Correct	%	
1	117	74.05	291	84.35	237	85.56	10.50**
2	131	82.91	309	89.57	258	93.14	11.20**
3	107	67.72	280	81.16	257	92.78	44.73**
4	41	27.33	78	22.61	107	38.63	19.38**
5	76	48.10	210	60.87	240	86.64	80.20**
6	30	19.23	40	11.59	43	15.52	5.39
7	55	34.81	159	46.09	176	63.54	37.00**
8	37	23.42	69	20.06	40	14.44	6.03*
9	11	6.96	40	11.59	96	34.66	71.73**

Note. f – frequency; \* $p < .05$ ; \*\* $p < .01$

Table 1 shows that the participants were most successful in task 2 which was based on geometry matrix. It is possible that this type of task was easy because a similar methodology of problem solving is used in geography, technology education, and other courses. Furthermore, the results showed that there are significant age differences in how accurately all tasks were solved, except for the sixth task that included basic knowledge of geometry. In most of the tasks, it was found that the success in solving tasks increased with age, but in some tasks it was shown differently. For example, in the fourth task (*Dog was running for the rabbit. The moment the dog run for a rabbit, rabbit was 3 meters ahead of the dog. How many leaps must be done by a dog to catch a rabbit, if the dog makes a three-meter jump and rabbit makes a two-meter jump?*) lower elementary students were more successful than higher elementary students, and in the eighth task, lower elementary students were more successful than both, higher elementary students and even high school students. Especially interesting was the result in the eighth task because the same teaching content (volume and mass) is part of subjects like physics and chemistry, taught in higher grades and it was reasonable to expect that older students would be more successful in solving this task. A similar trend was present in the sixth task, but this difference did not prove to be significant.

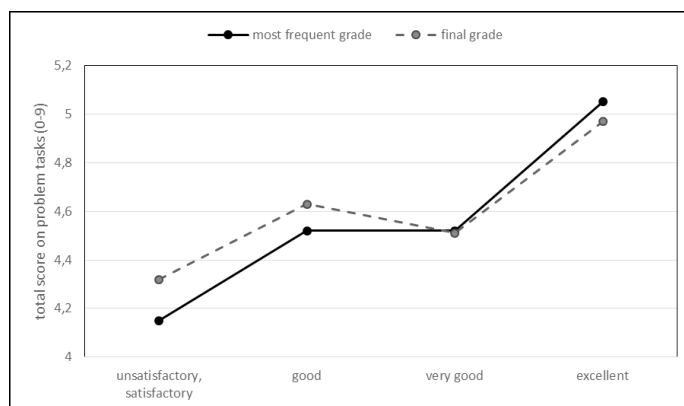
With the aim of answering the first research question and find out if there is a significant relationship between school marks in Mathematics and the results on mathematical problem tasks, two one-way analyses of variance were

performed, comparing students who have different school marks in Mathematics and their results on the mathematical problem tasks (Figure 1). There were  $N=122$  students with an unsatisfactory or satisfactory final mark,  $N=164$  with a good final mark,  $N=235$  with a very good final mark, and  $N=246$  with an excellent final mark. The analysis of the most frequent mark in Mathematics included  $N=136$  students with an unsatisfactory or satisfactory mark,  $N=186$  with a good mark,  $N=260$  with a very good mark and  $N=259$  students who have an excellent as the most frequent mark. Both analyses were overall significant ( $F_{\text{final grade}}=6.25$ ;  $df=3,763$ ;  $p=.00$ ;  $F_{\text{most frequent grade}}=8.18$ ;  $df=3,763$ ;  $p=.00$ ). Still, post-hoc comparisons, performed by Scheffe test, showed that, when it comes to the most frequent mark, only students with excellent marks differed from all others, while there was no significant difference in task scores among students with other marks (Table 2). When it comes to the final mark in Mathematics, the difference was confirmed between students with unsatisfactory or satisfactory marks and those with excellent marks, as well as between students with very good and excellent marks (Table 3).

In other words, when it comes to final marks in Mathematics, neither students with good and excellent marks differ in terms of solving mathematical problem tasks nor do students who failed Mathematics or had a satisfactory mark differ from students who had a very good final mark in Mathematics.

It is worth mentioning that the average difference between students with the lowest and students with the highest scores on mathematical problem tasks is somewhat lesser or around one point which means that they differ, on average, by only one correctly solved task.

Figure 1: Differences in total score on mathematical problem tasks in relation to school grades in Mathematics





*Table 2. Differences in total score on problem tasks among students with different marks in Mathematics (the results of post-hoc comparisons, Scheffe test, p-values)*

Most frequent mark in Mathematics	Unsatisfactory, satisfactory	Good	Very good	Excellent
Unsatisfactory, satisfactory		.226	.216	.000**
Good			1.00	.036*
Very good				.033*
Excellent				

Note. \* $p < .05$ ; \*\* $p < .01$

*Table 3. Differences in total score on problem tasks among students with different grades in Mathematics (results of post-hoc comparisons, Scheffe test, p-values)*

Final mark in Mathematics	Unsatisfactory, satisfactory	Good	Very good	Excellent
Unsatisfactory, satisfactory		.499	.902	.004**
Good			.811	.176
Very good				.006**
Excellent				

Note. \* $p < .05$ ; \*\* $p < .01$

In order to answer the second research question and explore if there are age and gender differences in Mathematics school marks, problem task scores, mathematics self-concept (self-assessment of mathematical abilities) and the subjective value of Mathematics (interest in mathematics and assessment of the usefulness of mathematics), a series of one-way analyses of variance were conducted to test the differences in the mentioned variables between the age groups (lower elementary, higher elementary, and high school).

*Table 4. Comparison of independent groups with regard to the participants' age in the research variables (results of one-way analyses of variance)*

Variables	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	F	p
Most frequent mark in Mathematics	4.21	3.46	2.99	68.19	.00
Final mark in Mathematics	4.46	3.90	3.25	84.57	.00
Self-assessment of mathematical abilities	3.00	2.64	2.39	37.56	.00
Interest in Mathematics	2.97	2.21	1.82	125.20	.00
Usefulness of Mathematics	3.45	3.11	2.49	116.2	.00
Overall test results	3.84	4.29	5.25	42.34	.00

*Note.* M<sub>1</sub> – arithmetic mean in the group of lower elementary students, M<sub>2</sub> – arithmetic mean in the group of higher elementary students, M<sub>3</sub> – arithmetic mean in the group of high school students

Table 4 shows that there are significant differences in all variables between the age groups. There is a significant decline in values in older age groups in all variables except in the overall test score where older students achieved higher results.

A series of t-tests was performed in order to examine gender differences in the school achievement in Mathematics, mathematics self-concept, subjective value of mathematics, and results of the problem solving test. The results are shown in Table 5. It was found that there are no differences in the performance in solving problem tasks and that female students have better marks in Mathematics than male students. There were no significant differences found in mathematical self-concept and the subjective value of mathematics.

*Table 5: Comparison of dependent variables between male and female students (t-tests results)*

	M <sub>F</sub>	M <sub>M</sub>	t(df=778)	p
Most frequent mark in Mathematics	3.58	3.32	3.20	.001
Final mark in Mathematics	3.90	3.67	2.97	.003
Self-assessment of mathematical abilities	2.63	2.62	.19	.845
Interest in Mathematics	2.22	2.24	-.42	.672
Usefulness of Mathematics	2.91	3.00	-1.60	.110
Overall test results	4.53	4.55	-.19	.847

With the aim of answering the third research question and examining the relationship between mathematics self-concept, the subjective value of mathematics, school marks in Mathematics and the performance in solving problem tasks, correlation analyses were performed and are presented in Table 6.

*Table 6: Correlation matrix of research variables*

	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1. Age	.04	-.38*	-.42*	-.29*	-.47*	-.48*	.31*
2. Gender		.11*	.11*	.01	-.06	-.02	-.01
3. Most frequent mark in Mathematics			.79*	.72*	.39*	.58*	.17*
4. Final mark in Mathematics				.61*	.40*	.52*	.13*
5. Self-assessment of mathematical abilities					.53*	.75*	.21*
6. Usefulness of Mathematics						.62*	-.01
7. Interest in Mathematics							.01
8. Total score on mathematical problem tasks							

*Note.* \* $p < .01$

It is evident that there is a relatively small but significant correlation between marks in Mathematics and the performance in solving problem tasks which has already been explained in the first part of the results (Figure 1, Tables 2 & 3). The performance in solving problem tasks is also moderately positively correlated with self-perception of mathematical abilities. There is no correlation between the subjective value of Mathematics and the success in solving problem tasks.

Finally, to address the last research question and to explore how age, gender, mathematics self-concept and the subjective value of mathematics individually explain the differences in school achievement and performance in solving problem tasks, two hierarchical regression analyses were performed with the total score on the problem tasks and the most frequent mark in the subject of Mathematics as criteria. The results of those analyses are presented in Table 7.

*Table 7: The results of HRA with the results of problem tasks test as the criteria*

	Problem task test	Most frequent grade in Mathematics
<i>1<sup>st</sup> step</i>		
Gender	-.02	.13**
Age	.31*	-.39**
R	.31	.40
R <sup>2</sup>	.10	.16
F (df)	40.13** (2,777)	75.22** (2,777)
<i>2<sup>nd</sup> step</i>		
Gender	-.02	.11**
Age	.38**	-.21**
Assessment of mathematical abilities	.39**	.68**
Interest in mathematics	-.11*	.02
Mathematics' usefulness	.03	-.07*
R	.44	.75
R <sup>2</sup>	.20	.56
$\Delta R^2$	.10**	.40**
F (df)	31.27** (5,774)	198.70** (5,774)

Note. \* $p < .05$ ; \*\* $p < .01$

In the first step of the analyses, the variables of participants' gender and age were introduced while in the second and the final step, variables relating to the mathematics self-concept and the subjective value of Mathematics were added. All predictors together account for 20% of the variance of the test results, i.e. 56% of the variance of the mark in Mathematics. In the last step of the analysis, all variables except for interest in mathematics were established as significant predictors of marks in Mathematics. Specifically, female students, younger students, students who assess themselves as more capable in Mathematics, but who also assess mathematics as less useful, have better marks. Age, self-assessment of mathematical abilities and interest in Mathematics have been singled out as significant predictors of the performance in mathematical problem tasks. Older students, students who assessed their mathematical abilities as higher, i.e. have a higher mathematics self-concept,

and students with a lower interest in Mathematics were significantly more successful in solving problem tasks.

## DISCUSSION

### *Performance in solving mathematical problem tasks*

The results of solving mathematical problem tasks showed that the accuracy of the solutions of particular tasks in the whole sample ranged from 10.51% to 89.49%. On average, the participants correctly solved 5 tasks and all age groups differed significantly (Table 2). It is not surprising that students at higher levels of education achieved better result because of their greater mathematical knowledge and bigger life experience. However, when analysing the results in more detail, it is obvious that the youngest age group was more successful than older students in some tasks, and it was expected that the overall performance in the entire sample would be better. This especially refers to, for example, the task *If 3 hens in 3 days lay 3 eggs, how many eggs do 6 hens lay in 6 days?* which was correctly solved by less than 12% of higher elementary students and about one third of high school students. Also, in the task that required a comparison of units of measure of weight and volume of olive oil, most students in all age groups failed to solve this task, which was particularly “devastating” for higher elementary and secondary school students who were taught this in both, mathematics, physics and chemistry. In spite of that, lower elementary students more successfully solved this problem. The task that required the basic knowledge of geometry applied to a real-life situation should also be mentioned, as it was correctly solved by a very small number of participants, from 11.59% of higher elementary students to 19.53% of lower elementary students. It is obvious that students do not have enough mathematical knowledge and skills, which would enable them to solve problems successfully by using mathematical concepts and processes. We can look for reasons in how Mathematics is being taught, i.e. teaching obviously focuses on knowledge and procedures that do not allow children to successfully deal with problems and everyday life tasks that require mathematical literacy.

### *The relationship between school grades and mathematical problem tasks*

Although there were significant correlations found between school marks in Mathematics and the results on problem solving tasks, those correlations were rather small ( $r=.13$  for final mark and  $r=.17$  for the most frequent mark). It could be expected that the correlation between school achievements in mathematics and success in solving problem tasks would be strong since mathematical competence and literacy, which should be the main goals of teaching

Mathematics, are closely related to mathematical problem solving tasks. The analysis of variance testing the difference in problem solving tasks among students with different school marks showed significant differences but also revealed that those differences occur only between students with best marks vs. all others and that there is no difference in problem solving tasks between students with other marks, i.e. when it comes to the most frequent mark in Mathematics students usually receive. Final marks showed similar trends. Specifically, students with an excellent final mark differed from those with lowest or very good marks but there were no differences between students with good and excellent marks or between students who failed Mathematics or had a satisfactory mark from students who had a very good final mark in Mathematics. These results are rather unexpected and show that school marks might not be the best representatives of mathematical skills or mathematical competencies which were examined in this research. This issue should be addressed in future research in order to better understand what mathematical contents, including solving mathematical problems, should be better implemented in mathematical school education.

*Age and gender differences in mathematical achievement,  
mathematics self-concept and the subjective value of mathematics*

The results show that female students have better marks, i.e. have greater achievement, but no gender differences have been established with regard to the performance in solving mathematical problem tasks. Other studies in all areas including mathematics found gender differences in school achievement favouring female students (Hyde, Fennema & Lamon, 1990; Perkins, Kleiner, Roey & Brown, 2004; Pomerantz, Altermatt & Saxon, 2002; Steinmayr & Spinath, 2008) and actually showed that female students were often more successful in school in those areas, i.e. subjects that are stereotypically considered masculine. On the other hand, this advantage disappears when it comes to solving problem tasks that require the use of mathematical knowledge, i.e. mathematics literacy skills such as those required by PISA tests in which male students achieve better mathematical results in comparison to female students (Stoet & Geary, 2013). Babarović, Burušić and Šakić (2009) also point out that the difference in school marks, which favours female students, disappears when objective knowledge tests in natural sciences are used as measurement of achievement. The results of our study also show that although female students are more successful in mathematics when it comes to school marks, no significant difference in solving mathematical problem tasks was found. No gender differences were revealed in the mathematics self-concept and the subjective value of mathematics. On the other hand, the analysis of age differences showed that the values of almost all variables, i.e. school achievement, mathematics self-concept, the subjective value of math-

ematics decrease with age, i.e. that they are lower in older groups. This trend is also present in the results of other authors who also showed that the subjective value of mathematics and the mathematics self-concept decline with age (Wigfield et al., 1997; Jacobs et al., 2002; Watt, 2004; Eccles et al., 1989). The question is why students who usually have positive attitudes towards mathematics at younger age and a relatively high mathematics self-concept change their perception of and attitudes towards mathematics in a negative direction during their education. The first logical explanation is the fact that the subject of Mathematics in higher grades and high school becomes one of the most difficult subjects where students perform worse and their negative attitudes grow over time (Putney & Cass, 1998; Xin, 2003). This is partly the result of the structure of teaching that includes too much content and too little time for quality teaching, and which does not encourage the development of skills, i.e. mathematical processes. It is possible that the very teaching of the subject of Mathematics fails to bring students closer to mathematics as a discipline which is useful in life and it does not successfully develop their mathematical skills. The development of mathematical skills and mathematical thinking through teaching would probably strengthen students' self-perception of their mathematical abilities, and it is well-known, which was confirmed by the results of this study, that the perception of one's own mathematical abilities is the most important determinant of mathematical achievement.

### *Predictors of mathematical school achievement and performance in solving problem tasks*

The results of this study point to a significant but low correlation between school achievement in Mathematics and performance in solving problem tasks. The results show that, on the one hand, school achievement in Mathematics decreases with age, and that, on the other hand, the performance in solving mathematic problem tasks increases. Furthermore, there is a high positive correlation between marks in Mathematics and the subjective value of Mathematics, i.e. usefulness and interest in Mathematics, as well as mathematics self-concept, while there is a low or no correlation of those variables and the performance in solving problem tasks, which indicates different determinants of Mathematics as a school subject and mathematical literacy. This implicitly suggests that school marks are not valid indicators of problem-solving skills, which would be expected with regard to the aim of teaching Mathematics, i.e. developing mathematical literacy. It is possible that when students get their final mark, the skill of solving problem tasks is not adequately validated, and that, in general, the teaching does not sufficiently stimulate these aspects of mathematical literacy, which are then, consequently, not validated. When it comes to the usefulness of Mathematics, it is possible that students when estimating the usefulness of mathematics, actually evaluate school knowledge in mathematics and do not connect it to real-life situations that require

mathematical thinking. Since the correlation analysis showed that there was no correlation between the interest in Mathematics and the performance in solving problem tasks, it is obvious that the so-called school mathematics is distant from the mathematics that the students will use in their everyday life and which should be developing their mathematical thinking. Although they were partly unexpected, the results of the regression analysis are also in favour of this since the interest in mathematics was proved to be a negative predictor of the performance in solving problem tasks. In this context, if the results of correlation analyses that point to a significant correlation between the subjective value of Mathematics and the school grades, and the results of HRA, which showed that interest and usefulness were not predictable for the school achievement in Mathematics, are observed closely, it can be concluded that only the age characteristics and assessment of their own mathematical abilities are relevant for school achievement in Mathematics. Self-assessment of mathematical abilities proved to be the most important predictor of both, school achievement in Mathematics and the performance in solving problem tasks. On the other hand, although the subjective value of Mathematics should be a significant determinant of achievement, according to the Expectancy-Value Model of Achievement (Eccles Parsons, Adler, Futterman, Goff, Kaczala, 1983) which is based on expectations and subjective value of the task, in this study the interest and usefulness of Mathematics proved to be poorly predictable, both for the school achievement and the success in solving problem tasks.

## CONCLUSIONS

The study shows that there is no strong relationship between school marks in Mathematics and solving mathematical problem tasks. Younger students, compared to older ones, have better marks, show greater interest in mathematics, self-assess their mathematical abilities as being greater, and perceive mathematics as more useful. On the other hand, older students were more successful in resolving mathematical problem tasks. Gender differences showed that female students, compared to male students, had better marks in Mathematics, but there were no other significant differences between male students and female students in solving mathematical problem tasks, self-assessment of mathematical abilities or the subjective value of mathematics.

We need to comment on some drawbacks of this study, first of them being a relatively small number of problem tasks and the fact that all students were given the same problem tasks, regardless of age. Since tasks used in the study were appropriate for the youngest age group in the research, it was acceptable that all age groups solve the same tasks so that the results would be comparable. Furthermore, given the diversity of mathematical skills and the complexity of the concept of mathematical literacy, a greater number of more diverse tasks would have been more relevant for reaching conclusions. However, con-



sidering that the study attempted to cover all levels of education including the lower elementary students, their concentration and attention span had to be taken into account. Despite these drawbacks, it can be concluded that the results of the study confirmed the already well-known trends in the decline in school achievement in Mathematics, as well as the decline in mathematics self-concept and the subjective value of Mathematics with age. Although in this study older students were more successful in solving mathematical problem tasks, the results point to relatively poor mathematical competence in all age groups. Despite extensive mathematical syllabi and a large number of mathematical concepts that students encounter, students of all age groups show poor competencies when faced with tasks that require basic knowledge and skills. Taking into account the importance of solving problem situations for everyday life, as well as of further developing of mathematical thinking, it seems important to modify models of teaching mathematics in order to stimulate problem solving skills (processes) and mathematical thinking. Furthermore, it would be useful to reconsider mathematical syllabi (content) that should be more oriented towards the use of mathematical knowledge and skills in different problem tasks than the use of established mathematical procedures in abstract mathematical terms.

ВКЛАД МАТЕМАТИЧЕСКОГО САМОПОНИМАНИЯ И СУБЪЕКТИВНЫЕ  
ЦЕННОСТИ МАТЕМАТИКИ ДОСТИЖЕНИЯМИ  
ПО МАТЕМАТИКЕ

*Ина Речич Эрцеговац, Морана Колудрович и Ирена Мишурац*  
Философский факультет, Сплитский университет, Хорватия

*Аннотация*

Цель данного исследования заключается в выяснении эффективности различных возрастных групп учащихся в математических достижениях, т.е. в решении проблемных математических задач и их оценивания по математике в школе. Кроме того, исследование преследовало цель – выяснить вклад математического самопонимания и субъективных ценностей математики в обосновании индивидуальных различий при решении проблемных математических задач и школьных достижений по математике. В исследовании участвовало 780 участников. Результаты свидетельствуют, что у учащихся с возрастом понижается эффективность в математике, как и математическое самопонимание и субъективная ценность математики. С другой стороны, у старшеклассников повышаются успехи при решении проблемных математических задач. Однако в данном корпусе участников, успехи при решении проблемных математических задач были сравнительно ниже. Хотя у учениц оценки были лучше, – отсутствует значительная половая разница при решении проблемных задач, либо в математическом самопонимании и субъективной ценности математики. Младшеклассники, по сравнению со старшеклассниками, дали более высокую оценку собственным математическим способностям, проявили больше интереса к математике и оценили ее полезной. Возраст и самооценка математических способностей – это важные предикторы для решения проблемных задач и оценивания по математике.

*Ключевые слова:* субъективная ценность математики, проблемные математические задачи, математическое самопонимание, польза математики.

## Коришћена литература/References

- Babarović, T., Burušić, J. & Šakić, M. (2009). Uspješnost predviđanja obrazovnih postignuća učenika osnovnih škola Republike Hrvatske [Prediction of Educational Achievements of Primary School Pupils in the Republic of Croatia]. *Društvena istraživanja*, 4–5(102–103), 673–695.
- Bøe, M. V. & Henriksen, E. K. (2015). Expectancy-value perspectives on choice of science and technology education in late-modern societies. In E. K. Henriksen, J. Dillon & J. Ryder (Eds.), *Understanding Student Participation and Choice in Science and Technology Education* (pp. 17–29). Netherlands: Springer Netherlands.
- Bøe, M. V. & Henriksen, E. K. (2013). Love it or leave it: Norwegian students' motivations and expectations for postcompulsory physics. *Science Education*, 97(4), 550–573, DOI: <https://doi.org/10.1002/sc.21068>.
- Cheng, L. P. (2013). The design of a mathematics problem using real-life context for young children. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 36(1), 23–43.
- Eccles Parsons, J. S., Adler, T. F., Futterman, R., Goff, S. B. & Kaczala, C. M. (1983). Expectancies, values, and academic behaviors. In J. T. Spence (ed.), *Achievement and Achievement Motivation* (pp. 75–146). San Francisco: Freeman.
- Eccles, J. S., Wigfield, A., Flanagan, C. A., Miller, C., Reuman, D. A. & Yee, D. (1989). Self-concepts, domain values, and self-esteem: Relations and changes at early adolescence. *Journal of Personality*, 57(2), 283–310.
- Eccles, J. S. & Wigfield, A. (2002). Motivational beliefs, values, and goals. *Annual Review Psychology*, 53, 109–132.
- Ferla, J., Valcke, M. & Cai, Y. (2009). *Academic self-efficacy and academic self-concept: Reconsidering structural relationships*. Retrieved in April 2016 from [http://users.ugent.be/~mvalcke/CV/selfeffiacy\\_selfconcept.pdf](http://users.ugent.be/~mvalcke/CV/selfeffiacy_selfconcept.pdf).
- Freitag, M. A. (2014). *Mathematics for elementary school teachers: A process approach*. Belmont, CA: Brooks/Cole, Cengage Learning.
- Gottfredson, G. D. (2002). Interests, aspirations, self-estimates, and the self-directed search. *Journal of Career Assessment*, 10, 200–208.
- Hidi, S. & Renninger, K. A. (2006). The four-phase model of interest development. *Educational Psychologist*, 41, 111–127.
- Hyde, J. S., Fennema, E. & Lamon, S. J. (1990). Gender differences in mathematics performance: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 107, 139–155.
- Jacobs, J. E., Lanza, S., Osgood, D. W., Eccles, J. S. & Wigfield, A. (2002). Changes in children's self-competence and values: Gender and domain differences across Grades One through Twelve. *Child Development*, 73, 509–527. DOI: 10.1111/1467-8624.00421.
- Koludrović, M. & Radnić, I. (2013). Doprinos nekih osobnih i socijalnih čimbenika u objašnjenju školskog uspjeha u ranoj adolescenciji [The Contribution of some Personal and Social Factors in Explaining School Achievement in Early Adolescence]. *Pedagogijska istraživanja*, 10(1), 65–79.
- Koludrović, M. & Kalebić Jakupčević, K. (2017). Odnos razrednog ozračja i školskog uspjeha učenika osnovnoškolske dobi [The Relationship between Classroom Climate and School Achievement of Primary School Students]. *Školski vjesnik: časopis za pedagoška i školska pitanja*, 66(4), 557–572.
- Matić, J., Marušić, I. & Baranović, B. (2015). Determinante matematičkog samopoimanja: Analiza rodnih univerzalnosti i specifičnosti [Determinants of Students' Mathematics Self-concept: Analysis of Gender Universalities and Specificities]. *Hrvatski časopis za odgoj i obrazovanje*, 17(4), 1103–1129.
- Mišurac, I. (2014). *Suvremeni standardi matematičkih kompetencija u početnoj nastavi matematike* [Contemporary Standards of Mathematical Competencies in Primary Mathematical Education]. Split: Filozofski fakultet Sveučilišta u Splitu.
- Mullis, I. V. S., Martin, O. M., Foy, P. & Hooper, M. (2016). *TIMSS 2015: International Results in Mathematics*. Retrieved February, 1st, 2018 <http://timssandpirls.bc.edu/>

- timss2015/internationalresults/wpcontent/uploads/filebase/full%20pdfs/T15-International-Results-in-Mathematics.pdf.
- Nacionalni okvirni kurikulum za predškolsko vaspitanje i obrazovanje te opšte obavezno i srednjoškolsko obrazovanje [National Curriculum Framework for Pre-school Education and General Compulsory and Secondary Education] (2010). Zagreb: Ministry of Science, Education and Sports.
- Perkins, R., Kleiner, B., Roey, S., & Brown, J. (2004). *The high school transcript study: A decade of change in curricula and achievement, 1990–2000* (Report No. NCES 2004455). Washington, DC: U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics.
- PISA 2015: Results in Focus 2018. Retrieved March, 14th, 2018 from <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf>.
- Pomerantz, E. M., Altermatt, E. R. & Saxon, J. L. (2002). Making the grade but feeling distressed: Gender differences in academic performance and internal distress. *Journal of Educational Psychology*, 94, 396–404.
- Putney, L. D. & Cass, M. (1998). Preservice teacher attitudes toward Mathematics: Improvement through manipulative approach. *College Student Journal*, 32(4), 626–633.
- Preporuka Evropskog parlamenta i Saveta od 18. decembra 2006. godine o ključnim kompetencijama za celoživotno učenje [Recommendation of the European Parliament and of the Council of 18 December for lifelong learning], 2006/962/EC.
- Reić Erečogovac, I. & Koludrović, M. (2010). Akademska samoeфикаsnost i školski uspjeh adolescenata [Academic Self-efficacy and School Achievement of Adolescents]. *Pedagoškijska istraživanja*, 1, 111–128.
- Samuelsson, M. & Samuelsson, J. (2016). Gender differences in boys' and girls' perception of teaching and learning Mathematics. *Open Review of Educational Research*, 3(1), 18–34. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/23265507.2015.1127770>.
- Steinmayr, R. & Spinath, B. (2008). Sex differences in school achievement: What are the roles of personality and achievement motivation? *European Journal of Personality*, 22, 185–209.
- Stoet, G. & Geary, D. C. (2013). Sex differences in mathematics and reading achievement are inversely related: Within- and across-nation assessment of 10 years of PISA Data. *PLoS ONE*, 8(3), e57988. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0057988>.
- Tracey, T. J. G. (2002). Development of interests and competency beliefs: A 1-year longitudinal study of fifth- to eighth-grade students using the ICA-R and structural equation modeling. *Journal of Counselling Psychology*, 49(2), 148–163.
- Watt, H. M. G. (2004). Development of adolescents' self-perceptions, values, and task perceptions according to gender and domain in 7<sup>th</sup>- through 11<sup>th</sup>-Grade Australian students. *Child Development*, 75, 1556–1574.
- Watt, H. M. G. (2005). Explaining gendered mathematics enrollments for NSW Australian secondary school students. *New Directions for Child and Adolescent Development*, 110, 15–29.
- Wigfield, A., Eccles, J. S., Iver, M., Reuman, D. & Midgley, C. (1991). Transitions at early adolescence: changes in children's domain-specific self-perceptions and general self-esteem across the transition to junior high school. *Developmental Psychology*, 27(4), 552–565.
- Wigfield, A., Eccles, J.S., Yoon, K., Harold, R., Arbreton, A., Freedman-Doan, C. & Blumenfeld, P. (1997). Changes in children's competence beliefs and subjective task values across the elementary school years: a three-year study. *Journal of Educational Psychology*, 89(3), 451–469.
- Xin, M. (2003). Effects of early acceleration of students in mathematics on attitude toward mathematics and mathematics anxiety. *Teachers College Record*, 105(3), 438–464.